



Thème(s) abordé(s) :

E11 : étude de la fonction transmission de puissance entre deux arbres parallèles

## I - INTRODUCTION :

Les transmissions par engrenages entre deux (ou plus) arbres sont les transmissions les plus utilisées. Elles présentent de très nombreux avantages : nombreuses possibilités d'utilisation, excellentes fiabilité et longévité, très bons rapports puissance/coût et puissance/encombrement.

## II : PRÉSENTATION GÉNÉRALE DU PROBLÈME :

La transmission de l'énergie mécanique entre deux (ou plus) arbres relativement proches, animés de mouvements de rotation, est assurée par un engrenage comportant toujours au moins deux éléments :

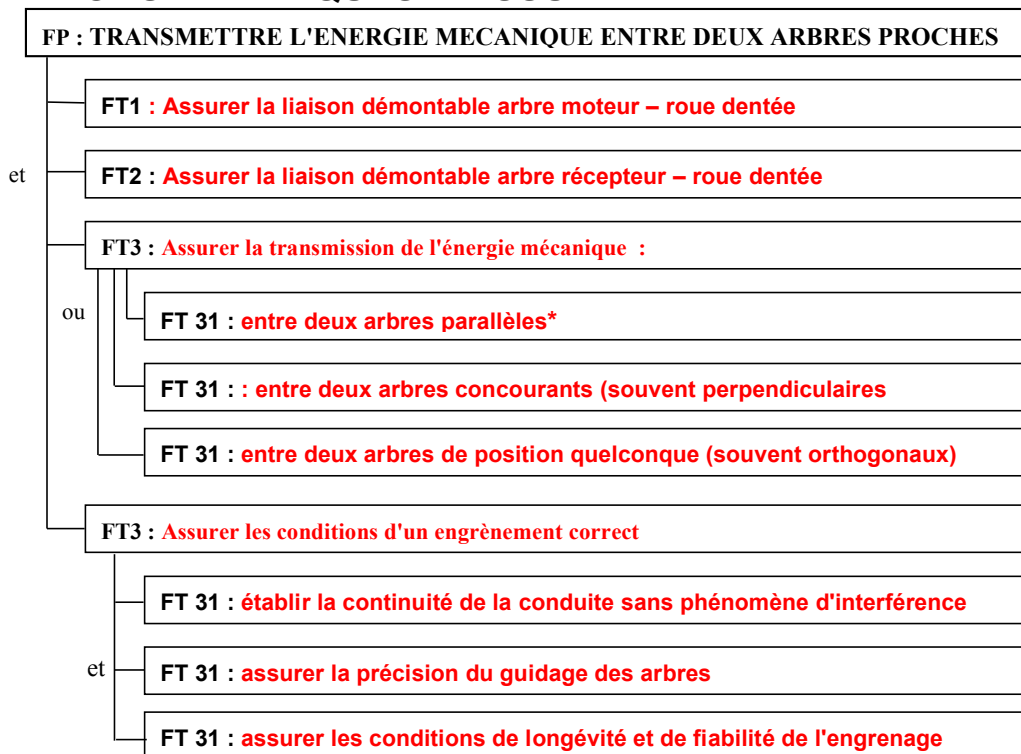
- une roue dentée de la plus petite taille désignée sous le terme de **pignon**,
- une roue dentée identique ou plus grande désignée sous le terme de **roue dentée**.



Rapport de transmission

Rendement :

## III : LES FONCTIONS TECHNIQUES À ASSURER :

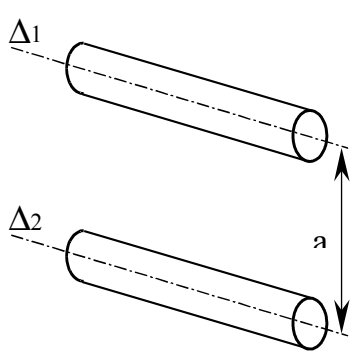
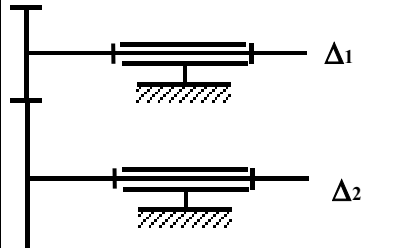
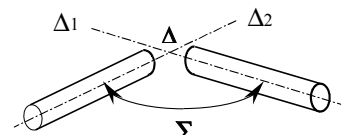
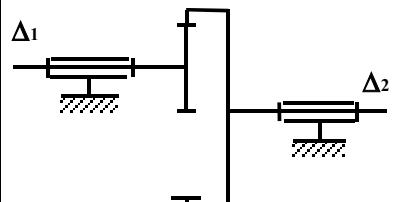
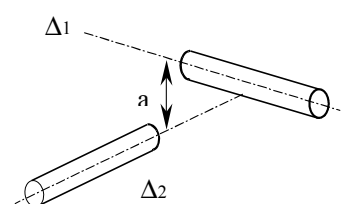
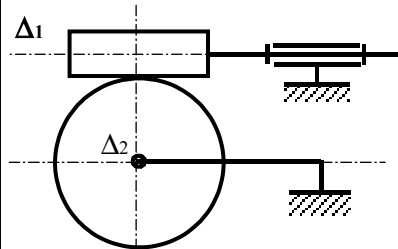


\* Ce cas comporte également la transmission de puissance par pignon – crémaillère puisque la crémaillère est considérée comme une roue dentée de rayon infini. Dans ce cas, il y a transformation d'un mouvement de rotation en mouvement de translation avec réversibilité.

## IV : LA TYPOLOGIE DES ENGRENAGES :

Les engrenages sont classés en différentes catégories caractérisées par :

- la position relative des axes des arbres d'entrée et de sortie ;
- la forme extérieure des roues dentées ;
- le type de denture.

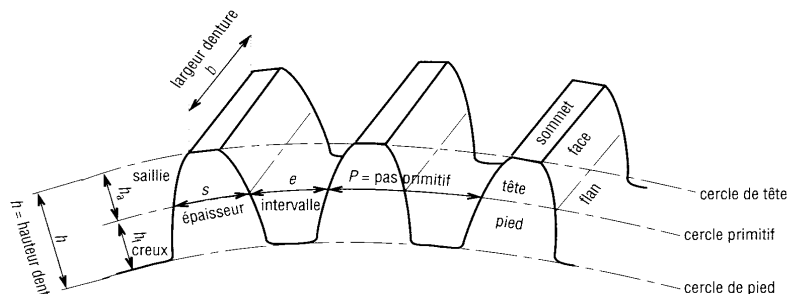
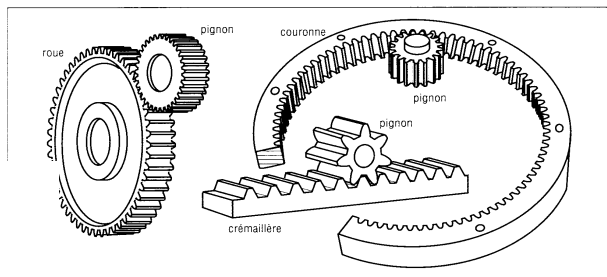
Position relative des axes	Type d'engrenage	Schéma de principe	Rapport de transmission
<p><math>\Delta_1</math> et <math>\Delta_2</math> parallèles</p> 			
<p><math>\Delta_1</math> et <math>\Delta_2</math> perpendiculaires et concourants</p> 			
<p><math>\Delta_1</math> et <math>\Delta_2</math> perpendiculaires et non concourants</p> 			

## V : LES PRINCIPALES CARACTÉRISTIQUES DES TRANSMISSIONS PAR ENGRENAGES :

AVANTAGES	INCONVÉNIENTS
<ul style="list-style-type: none"> <li>● Transmission de puissances élevées sous fréquences de rotation élevées.</li> <li>● Transmission à rapport rigoureusement constant (transmission <b>synchrone</b>).</li> <li>● Transmission parfaitement homocinéétique.</li> <li>● Possibilités de transmissions entre plusieurs arbres.</li> <li>● Bon rendement général, suivant classe de qualité.</li> <li>● Durée de vie importante.</li> <li>● Bonne fiabilité.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Nécessité d'un entraxe précis et constant.</li> <li>● Niveau sonore variable suivant type d'engrenage.</li> <li>● Transmission des à-coups et vibrations.</li> <li>● Nécessité d'une lubrification, souvent par fluide.</li> <li>● Réversibilité possible suivant type d'engrenage.</li> <li>● Coût très variable suivant type d'engrenage et classe de qualité.</li> </ul>

## VI : LES ENGRENAGES CYLINDRIQUES À DENTURE DROITE :

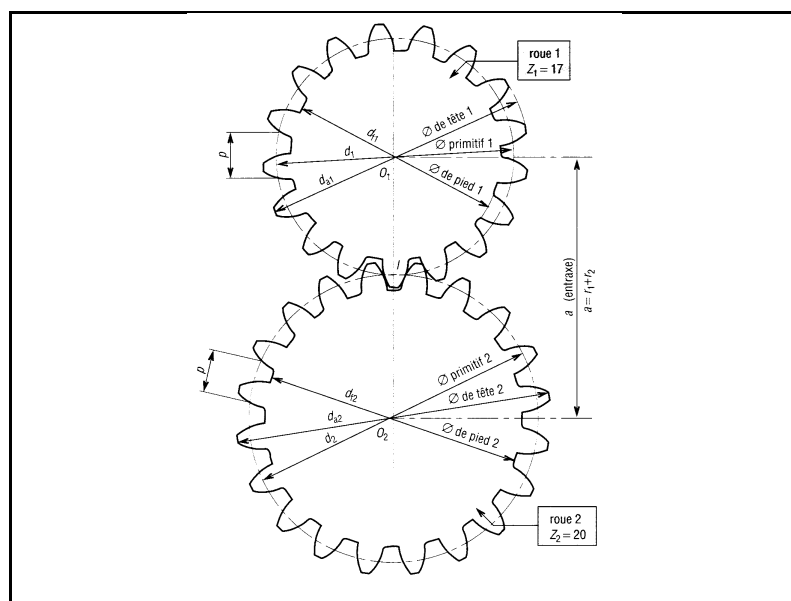
### VI - a : Définitions, terminologie :



### VI – b : Tableau des principales caractéristiques d'une roue à denture droite

Désignation	Symbole	Valeur
<b>Module</b>		déterminé par un calcul de résistance des matériaux
<b>Nombre de dents</b>		nombre entier positif lié aux conditions de fonctionnement et de fabrication
<b>Pas</b>		
Saillie de la dent	$h_a$	$h_a = m$
Creux de la dent	$h_f$	$h_f = 1,25 m$
Hauteur de la dent	$h$	$h = 2,25 m$
Largeur de denture	$b$	$b = k m$ (k compris entre 8 et 10, souvent 10)
<b>Diamètre primitif</b>		
Diamètre de tête	$d_a$	$d_a = d + 2 h_a = m ( Z + 2 )$
Diamètre de pied	$d_f$	$d_f = d - 2 h_f = m ( Z - 2,5 )$
<b>Entraxe de l'engrenage</b>		
Angle de pression	$\alpha$	Généralement $\alpha = 20^\circ$

### VI – c : Exemple de détermination des caractéristiques :



Caractéristiques	Roue 1	Roue 2
<b>m</b>	4 mm	4 mm
<b>Z</b>	17 dents	20 dents
<b>P</b>		
<b>h<sub>a</sub></b>		
<b>h<sub>f</sub></b>		
<b>h</b>		
<b>b</b>		
<b>d</b>		
<b>d<sub>a</sub></b>		
<b>d<sub>f</sub></b>		
<b>a</b>		
<b>α</b>	20°	20°
<b>i</b>		

Le module se détermine par deux relations prenant en compte de nombreux facteurs : type de denture, matériaux utilisés, traitements thermiques adoptés, rapport de transmission, nombre de dents, vitesse périphérique, facteurs de services, etc.

Une première relation permet de calculer le module à la limite de l'usure admissible pour l'engrenage.

Une deuxième relation permet de calculer le module à la rupture de l'engrenage.

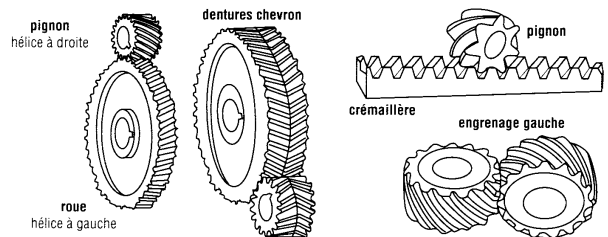
Valeurs normalisées du module $m$									
valeurs principales en mm					valeurs secondaires en mm				
0,06	0,25	1,25	5	20	0,07	0,28	1,125	5,5	22
0,08	0,30	1,5	6	25	0,09	0,35	1,375	7	28
0,10	0,40	2	8	32	0,11	0,45	1,75	9	36
0,12	0,50	2,5	10	40	0,14	0,55	2,75	11	45
0,15	0,75	3	12	50	0,18	0,7	3,5	14	55
0,20	1,0	4	16	60	0,22	0,9	4,5	18	70

## VI – d : Caractéristiques et propriétés du profil en développante de cercle :

Le profil en développante de cercle est le plus utilisé ; il est insensible aux variations d'entraxes et son usinage est relativement simple.

Le profil cycloïdal, également utilisé est surtout employé en micromécanique.

## VII : LES ENGRENAGES CYLINDRIQUES À DENTURE HÉLICOÏDALE :

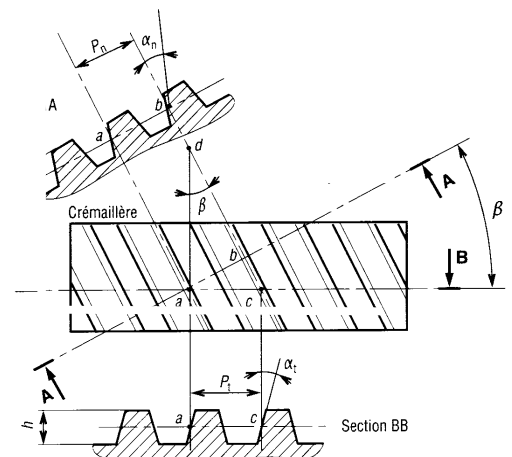


## VII – a : Éléments de comparaison entre dentures droites et dentures hélicoïdales :

Avantages	Inconvénients
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Transmission plus progressive et sans à-coups</li> <li>• Transmission avec vibrations moins importantes</li> <li>• Transmission de couples importants sous fréquences de rotation élevées</li> <li>• Niveau sonore réduit</li> <li>• Durée de vie plus importante</li> <li>• Réalisation possible de tout entraxe avec une grande précision</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Présence d'efforts axiaux dans la denture se répercutant sur les paliers</li> <li>• Rendement légèrement inférieur</li> <li>• Engrènement par baladeur impossible : les roues doivent toujours rester en prise.</li> </ul>

## VII – b : Les éléments caractéristiques des dentures hélicoïdales :

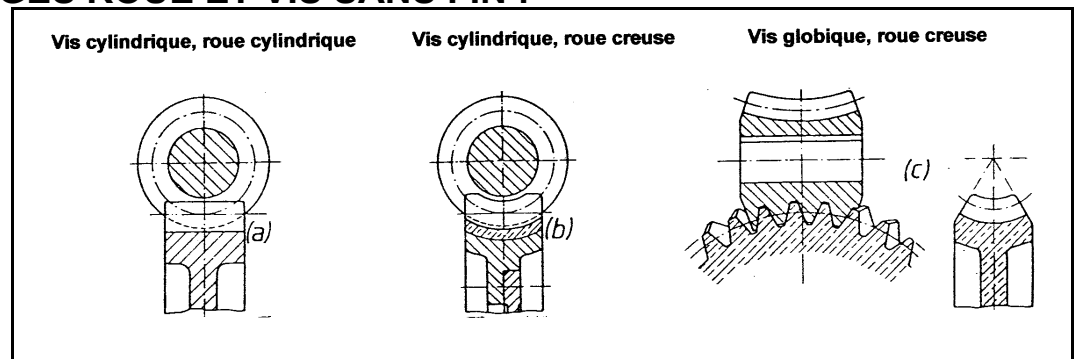
$\beta$  : angle d'hélice  
 $p_t$  : pas apparent  
 $p_n$  : pas réel



## VII – c : Tableau des caractéristiques particulières d'une roue à denture hélicoïdale

Désignation	Symbole	Valeur
Angle d'hélice		Valeur comprise entre 15° et 30°
Sens de l'hélice		Si le pignon à une hélice à gauche, la roue aura une hélice à droite
Nombre de dents	<b>Z</b>	Nombre entier positif lié aux conditions de fonctionnement et de fabrication
Module réel	<b>m<sub>n</sub></b>	Déterminé par un calcul de résistance des matériaux et choisi parmi les valeurs normalisées
Pas réel	<b>p<sub>n</sub></b>	$p_n = \pi \cdot m_n$
Module apparent	<b>m<sub>t</sub></b>	$m_t = m_n / \cos \beta$
Pas apparent	<b>p<sub>t</sub></b>	$p_t = \pi \cdot m_t$
Diamètre primitif		
Entraxe de l'engrenage		
Angle de pression		Généralement, $\alpha = 20^\circ$

## VIII : LES ENGRENAGES ROUE ET VIS SANS FIN :



### VII – a : Caractéristiques de la transmission par roue et vis sans fin :

La transmission est réalisée à l'aide d'une vis à un ou plusieurs filets de forme trapézoïdale engrenant avec une roue cylindrique à denture hélicoïdale. La vis et la roue ont des sens d'inclinaison identiques. Le frottement important établi au contact roue et vis entraîne les conséquences décrites dans le tableau suivant :

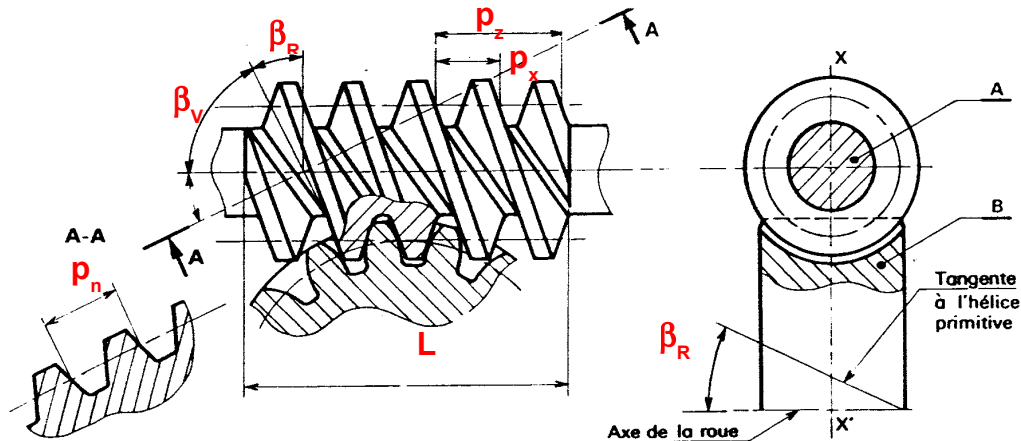
Avantages	Inconvénients
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Transmission sans à-coups ni vibrations.</li> <li>• Niveau sonore le plus faible des engrenages.</li> <li>• Transmission de couples importants sous fréquence de rotation élevées</li> <li>• Durée de vie plus importante</li> <li>• Irréversibilité très fréquente</li> <li>• Rapport de transmission très important sous un encombrement très réduit.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Un rendement plus faible que pour les autres types d'engrenages : <math>0,3 &lt; \eta &lt; 0,8</math>.</li> <li>• La nécessité de retenir des matériaux à faibles facteurs de frottement : acier / bronze dur.</li> <li>• Échauffement lors du fonctionnement continu en charge.</li> <li>• Nécessité absolue d'une lubrification abondante, souvent par huile.</li> <li>• Présence d'un effort axial très important sur la vis se répercutant sur les paliers de guidage.</li> </ul>

### VIII – b : Irréversibilité du système roue et vis sans fin :

Si la vis peut toujours entraîner la roue, l'inverse n'est qu'exceptionnellement possible.

Cette propriété est très souvent utilisée pour certains mécanismes de levage et pour les réducteurs.

## VIII – c : Tableau des caractéristiques particulières d'une roue à denture hélicoïdale

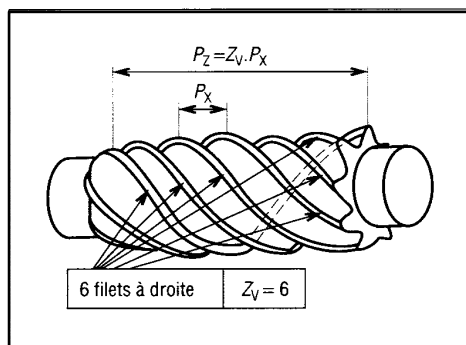


### Caractéristiques de la vis :

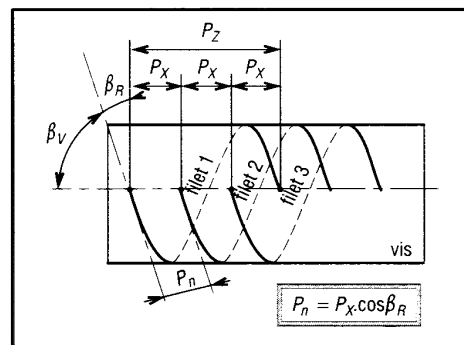
Désignation	Symbole	Valeur
Nombre de filets	$Z_V$	
Angle d'hélice	$\beta_V$	Fonction de la réversibilité de la transmission
Sens de l'hélice		
Module réel	$m_n$	Déterminé par un calcul de résistance des matériaux
Module axial	$m_z$	$m_z = m_n / \cos \gamma_{vis}$
Pas réel	$p_n$	$p_n = \pi \cdot m_n$
Pas axial	$p_x$	$p_x = p_n / \cos \gamma_{vis}$
Pas de l'hélice	$p_z$	$p_z = p_x \cdot Z_{vis}$
Diamètre primitif	$d$	$d = p_z / \pi \cdot \tan \gamma_{vis}$
Diamètre extérieur	$d_a$	$d_a = d + 2 m_n$
Diamètre intérieur ( ou du noyau)	$d_f$	$d_f = d - 2,5 m_n$
Longueur de la vis	$L$	$L = 5 p_x$ environ

### Caractéristiques de la roue :

Désignation	Symbole	Valeur
Mêmes caractéristiques que pour une roue cylindriques à denture hélicoïdale		
Rapport de transmission	$i$	
Entraxe	$a$	

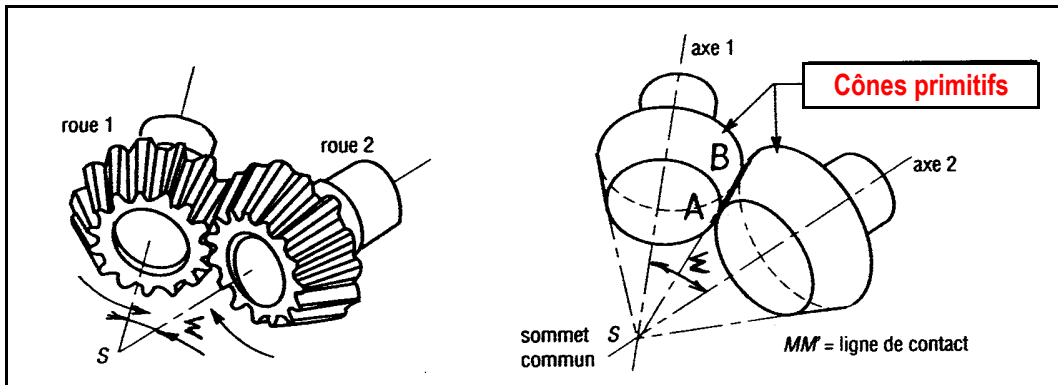


Cas d'une vis à six filets.



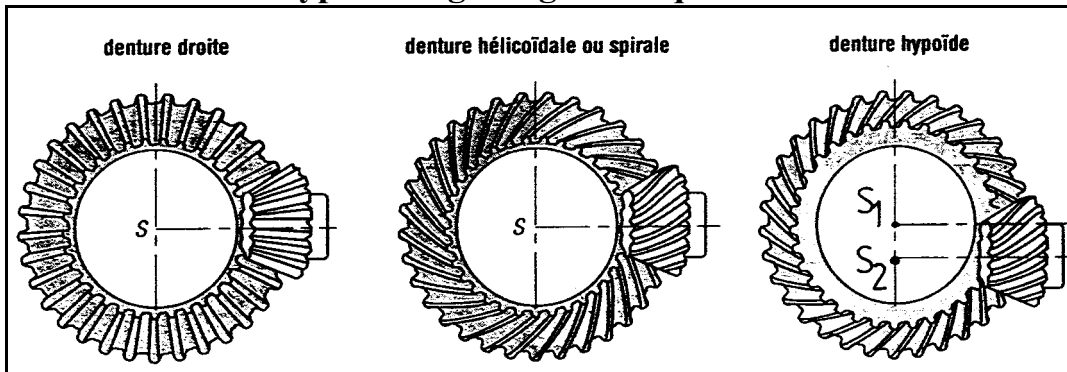
Position des filets dans le cas d'une vis à trois filets.

## IX : LES ENGRENAGES CONIQUES OU À AXES CONCURRENTS :

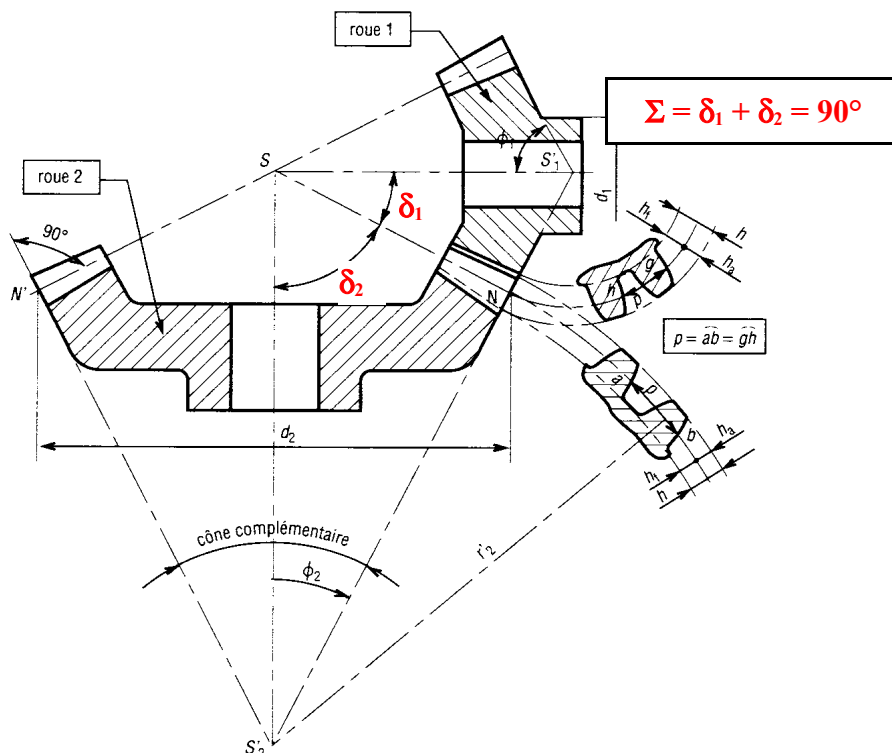


La transmission est réalisée à l'aide de deux roues dentées coniques dont les axes sont généralement concurrents et forment un angle  $\Sigma$  (SIGMA). De très nombreuses dentures sont disponibles avec ce type d'engrenage. Le rapport de transmission est fonction du nombre de dents mais également des angles primitifs des deux roues.

### IX – a : Les différents types d'engrenages coniques :



### IX – b : Caractéristiques des engrenages coniques à denture DROITE :



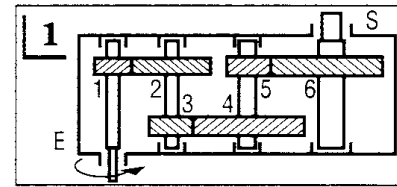


Désignation	Symbole	Valeur
<b>Module</b>	<b>m</b>	Déterminé par un calcul de résistance des matériaux
<b>Nombre de dents</b>	<b>Z</b>	Nombre entier positif lié aux conditions de fonctionnement et de fabrication
<b>Pas</b>	<b>p</b>	$p = \pi \cdot m$
<b>Angle entre les arbres</b>	<b><math>\Sigma</math></b>	fonction de l'architecture du système
<b>Rapport de transmission</b>	<b>i</b>	$i = N_1 / N_2 = \omega_1 / \omega_2 = Z_2 / Z_1 = d_2 / d_1$
<b>Diamètre primitif</b>	<b>d</b>	$d = m \cdot Z$
<b>Angle primitif</b>	<b><math>\delta</math></b>	$\tan \delta_1 = Z_1 / Z_2 = N_2 / N_1 \quad \tan \delta_2 = Z_2 / Z_1 = N_1 / N_2$
Saillie de la dent	<b><math>h_a</math></b>	$h_a = m$
Creux de la dent	<b><math>h_f</math></b>	$h_f = 1,25 m$
Hauteur de la dent	<b>h</b>	$h = 2,25 m$
Épaisseur de la dent	<b>s</b>	$s = p / 2 = \pi \cdot m / 2$
Intervalle de la dent	<b>e</b>	$e = p / 2 = \pi \cdot m / 2$
Largeur de denture	<b>b</b>	$b = k m$ ( k compris entre 8 et 10, souvent 10)
Diamètre de tête	<b><math>d_a</math></b>	$d_a = d + 2 h_a \cdot \cos \delta = m ( Z + 2 \cos \delta )$
Diamètre de pied	<b><math>d_f</math></b>	$d_f = d - 2 h_f \cdot \cos \delta = m ( Z - 2,5 \cos \delta )$
Angle de pression	<b><math>\alpha</math></b>	Généralement, $\alpha = 20^\circ$
Etc		

## EXERCICES D'APPLICATION

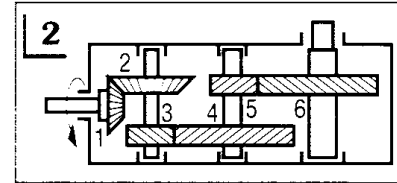
### Exercice 1

Le réducteur représenté schématiquement se compose de trois trains d'engrenages à roues hélicoïdales ( $Z_1 = 32$ ,  $Z_2 = 64$ ,  $Z_3 = 25$ ,  $Z_4 = 80$ ,  $Z_5 = 18$ ,  $Z_6 = 50$  dents). Si  $n_1 = 1\ 500$  tr/min, déterminer la vitesse de sortie  $n_6$  et le sens de rotation.



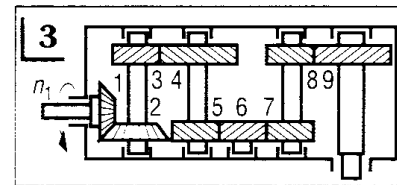
### Exercice 2

Le réducteur spiroconique à trois trains proposés a les caractéristiques suivantes :  $Z_1 = 26$ ,  $Z_2 = 52$ ,  $Z_3 = 26$ ,  $Z_4 = 82$ ,  $Z_5 = 18$ ,  $Z_6 = 48$  dents. Si  $n_1 = 1\ 500$  tr/min, déterminer la vitesse de sortie  $n_6$  et le sens de rotation.



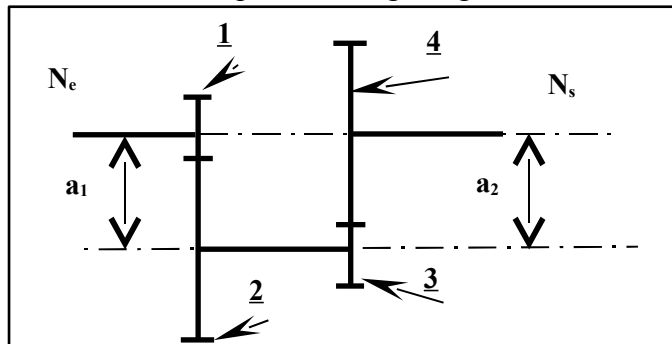
### Exercice 3

Le réducteur spiroconique proposé a les caractéristiques suivantes :  $Z_1 = 32$ ,  $Z_2 = 40$ ,  $Z_3 = 18$ ,  $Z_4 = 72$ ,  $Z_5 = 22$ ,  $Z_6 = 24$ ,  $Z_7 = 30$ ,  $Z_8 = 17$  et  $Z_9 = 34$  dents. Si  $n_1 = 1\ 500$  tr/min, déterminer la vitesse de sortie  $n_9$  et le sens de rotation.



### Exercice 4

Le schéma ci-dessous représente la transmission par deux engrenages dans le réducteur d'un tambour moteur :



1 : Complétez le tableau ci-dessous en déterminant les rapports  $i_1$ ,  $i_2$  et  $i$ . Vérifiez si les entraxes  $a_1$  et  $a_2$  des deux engrenages sont identiques.

Repères	Nombre de dents Z	Module m	Rapports	Rapport i	Entraxes
<b>Pignon 1</b>	<b>17</b>	<b>1,5</b>	$i_1 =$	$i =$	$a_1 =$
<b>Roue 2</b>	<b>89</b>				$a_2 =$
<b>Pignon 3</b>	<b>21</b>	<b>3</b>	$i_2 =$		
<b>Roue 4</b>	<b>32</b>				

2 : Le réducteur du tambour - moteur est maintenant doté d'engrenages à denture hélicoïdale.

Pour des raisons économiques, il est impératif de conserver les mêmes valeurs pour le rapport de transmission général  $i$  et pour les entraxes  $a_1$  et  $a_2$ .

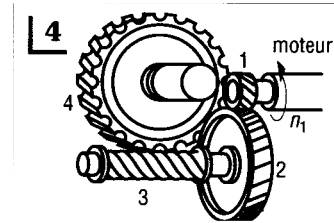
Complétez le tableau ci-dessous en déterminant les rapports  $i_1$ ,  $i_2$  et  $i$ . Concluez.

Repère	Nombre de dents Z	Module $m_n$	Angle d'hélice $\beta$	Rapports	Rapport i	Entraxes
<b>Pignon 1</b>	<b>18</b>	<b>1,5</b>	<b>23,81°</b>	$i_1 =$	$i =$	$a_1 =$
<b>Roue 2</b>	<b>79</b>					$a_2 =$
<b>Pignon 3</b>	<b>18</b>	<b>3</b>	<b>15,79°</b>	$i_2 =$		
<b>Roue 4</b>	<b>33</b>					

## Exercices d'APPLICATION

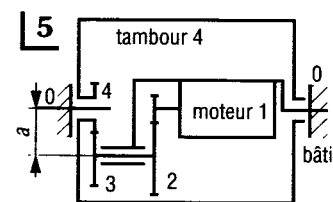
### Exercice 5

Le réducteur à axes orthogonaux se compose de deux roues hélicoïdales ( $Z_1 = 24$ ,  $Z_2 = 84$  dents) et d'un système roue et vis sans fin (vis 3 à 4 filets,  $Z_4 = 36$  dents). Indiquer, d'après la figure, le sens des hélices de toutes les roues et vis. Calculer le rapport global de réduction et la vitesse de sortie  $n_4$  si  $n_1 = 1\,500$  tr/min.



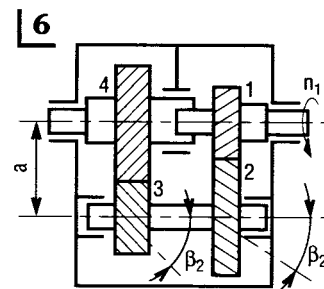
### Exercice 6

Le tambour moteur de tapis roulant proposé schématiquement a les caractéristiques suivantes :  $n_1 = 1\,500$  tr/min, deux trains à dentures droites,  $Z_4 = 40$ ,  $Z_2 = 67$ , rapport de réduction  $[n_4/n_1 = 0,1\,015]$ , entraxe commun  $a = 42$  mm et module du couple de roues (3-4)  $m_2 = 1,5$  mm. Déterminer  $Z_3$ ,  $Z_1$  et le module  $m_1$  du couple de roue (1,2).



### Exercice 7

Le réducteur à deux trains d'engrenages hélicoïdaux proposé présente la particularité d'avoir l'arbre d'entrée coaxial à l'arbre de sortie. Engrenage (1,2) :  $Z_1 = 30$ ,  $Z_2 = 60$ , angle d'inclinaison de l'hélice  $\beta_1 = 30^\circ$ , module normal  $m_n = 5$  mm. Engrenage (3,4) :  $Z_3 = 22$ ,  $Z_4 = 35$ , module normal 8 mm. Si l'entraxe est le même pour les deux engrenages, déterminer l'angle de l'hélice  $\beta_2$  du deuxième train. Calculer le rapport de la transmission et la valeur de  $n_4$  si  $n_1 = 1\,500$  tr/min. Préciser le sens de rotation.



### Exercice 8

Le vérin à vis proposé schématiquement est utilisé pour lever une charge : engrenage roue et vis couplé avec un système vis-écrou. La vis de levage 4 (pas 8 mm, filet à droite, ne peut pas tourner :  $n_4 = 0$ ) est entraînée en translation verticale à la vitesse  $V$  par l'écrou 3 solidaire de la roue 2 (25 dents). Le mouvement moteur est fourni par la vis sans fin 1 (un filet à gauche). Si  $n_1 = 1\,500$  tr/min, déterminer la vitesse  $V$  (en m/s) de sortie de la vis 4.

